INTRODUCTION :

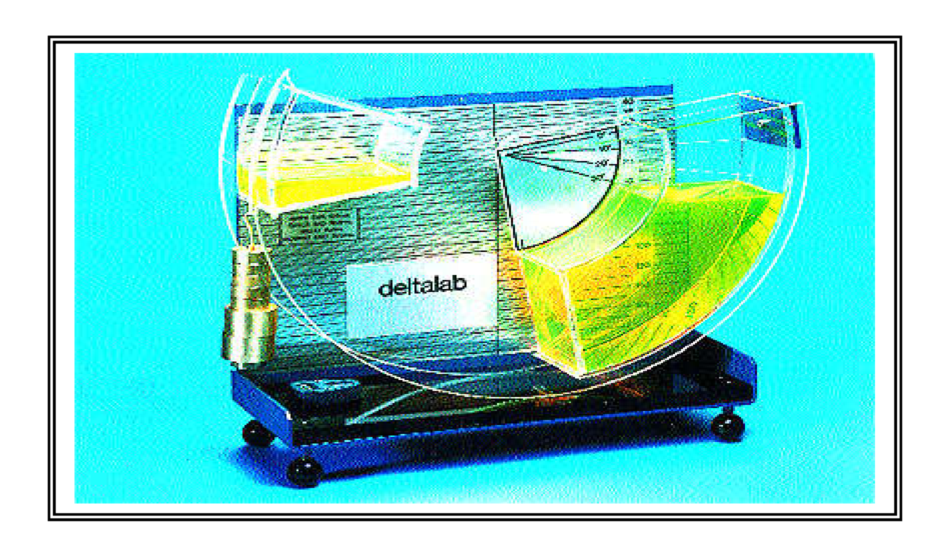
Le principe D'ARCHIMEDE, l'homme s'est servi du principe d'Archimède pendant environ 2200 ans. On peut trouver le volume d'un solide irrégulier en déterminant la perte apparente de poids qu'il subit lorsqu'il est complètement immergé dans un liquide de densité connue. Tout corps, flottant ou immergé dans un liquide, est soumis à une poussée égale au poids du liquide déplacé. Le point d'application de cette force s'appelle le centre de poussée. Il se trouve au centre de gravité du liquide déplacé.

But de la manipulation :

- Mesure du centre de poussée d'une surface plane verticale à différentes hauteurs d'immersion.
- Mesure du centre de poussée dans le cas général d'une surface plane à différentes inclinaisons et hauteurs d'immersion.
- Calculer les forces hydrostatiques sur une surface immergée
- Calculer la position du centre de pression
- Vérifier les valeurs théoriques et expérimentales

Principe :

En faisant varier le niveau d'eau dans le bac d'essai, la force exercée sur la partie immergée du volume (un quart de toroïde) varie. La force sur la surface plane verticale crée un moment par rapport au pivot. On ramène le volume à sa position initiale en ajoutant des poids sur le plateau prévu à cet effet. Le plateau crée ainsi un moment sur le pivot égal à celui de la force sur la surface plane.



L'appareil d'étude du centre de poussée permet de déterminer directement le moment dû à la poussée d'un liquide sur une plaque plane, totalement ou partiellement immergée, et de comparer avec les résultats obtenus par le calcul. La plaque plane peut être inclinée par rapport à la verticale, ce qui permet ainsi d'étudier le cas général.

Description de l'appareil :

L'appareil est composé :
1- D'un récipient ayant la forme d'un quart de cercle, les axes des parois cylindriques de ce quart de cercle coïncident avec le centre de rotation du récipient
2- Une deuxième cuve, permet la facilité de l'équilibrage primaire et la réalisation des différents angles d'inclinaison
3- La cuve, l'angle d'inclinaison se mesure sur un rapporteur gradué monté sur cette cuve
4- Panneau arrière gradué pour lire la hauteur d'eau
5- Une éprouvette bien graduée pour déterminer la valeur du volume d'eau utilisé.
6- Pieds réglables pour régler le niveau de l'appareil
7- Niveau à bulle.

Avec : R1=100mm, R2=200mm, R3=203mm, B=75mm

L'état d'équilibre des moments donne l'équation suivante :

$$Y_g\ G = Y_{cp}\ P$$

Ou : **P** : la poussée hydrostatique
G : poids des masses utilisées
Ycp : bras de levier de la force de poussée « **P** »
Y_g : bras de levier du poids « **G** »
Yc : distance du centre de poussée à la surface libre suivant l'inclinaison de la paroi.

a. La poussée hydrostatique :

La poussée hydraulique dont le moment gère l'état d'équilibre du système est celle appliquée sur la paroi plane. Cette poussée est définie par la relation suivante :

$$P = \rho_e\, g\, h_g\, s$$

ρ_e : masse volumique de l'eau.
g : accélération de la pesanteur.
h_g : profondeur de centre de gravite de la surface mouillé «**s**» de la paroi plane.

b. Centre de poussée (point d'application) :

-expérimentale, il est donné par l'équation suivante déduite de l'équation d'état des moments :

$$Ycp = G\, R_3 / P \cos\theta \quad [m]$$

-théoriquement, il est défini par la relation suivante qui est fonction du moment d'inertie de la surface mouillée «**s**» :

$$Yc = Y_G + I_G / \ Y_G\ S \quad [m]$$

Avec:

Yc : distance du centre de poussée à la surface libre suivant l'inclinaison de la paroi.
Y_G : position du centre de gravité de la surface mouillé «**s**» de la paroi plane par rapport a la surface libre suivant l'inclinaison de la paroi.
I_G : moment d'inertie de la surface mouillée «**s**» de la paroi /à **G**.
S : surface de la paroi plane en contact avec l'eau (surface mouillée).

Procédure expérimentale :

1. Niveler bien l'appareil.
2. Enlever le crochet avec les poids.
3. Enlever la tige qui bloque le bras.
4. Vider l'appareil s'il le faut.
5. Equilibrer le volume vide à l'aide du contrepoids situé sur le bout fileté du bras pour que les traits sur le volume mobile soient horizontaux.
6. Accrocher le crochet (dont le poids est connu) et équilibrer de nouveau le volume d'eau en le remplissant d'eau. Utiliser pour cela une éprouvette pour connaître le volume d'eau. Le poids accroché, la valeur h et le volume d'eau.
7. Ajouter le poids en le mettant sur le crochet et ajouter de l'eau pour équilibrer ce poids. Ecrire ces quantités et la nouvelle valeur h dans le tableau.
8. Répéter ceci jusqu'à ce qu'il ne reste plus de poids.
9. Décrocher les poids et vider l'appareil.
10. Accrocher tous les poids et verser de l'eau jusqu'à ce que l'angle θ atteint la valeur 30°.
11. Retenir le volume V d'eau. écrire les valeurs θ, h et poids G.
12. En enlevant successivement les poids répéter les mesures jusqu'à ce que l'angle θ devienne nul.
13. Enlever les poids avec le crochet et vider l'appareil. Bloque-le.

Calcule théorique :

Dans le cas d'équilibre statique on a pour la position X_C du centre de gravité

$$X_C = \frac{1}{F}\int_V \rho g x dV, \qquad F = \int_V \rho g dV$$

La position de centre de gravité se calcule

$$\boxed{X_C = \frac{M}{gV} = \frac{2}{3}R_2\frac{M}{V}}$$

Pour déterminer le centre de pression de la force effective du liquide savons, nous utilisons une des équations de la mécanique selon laquelle le moment de la résultante a l'axe OX est égal à la somme des moments des forces composantes.

$$\boxed{Y_C = \frac{y Sin\alpha \int y^2 ds}{y Sin\alpha y_s s} = \frac{Ix}{y_s . s}}$$

Calcule et tableaux des résultats:

1- Pour $\theta = 0°$:

a- Calcul de P :

1er cas : $0 < H < 0.1mm$

$$P = 375H^2$$

2ème cas : $H \geq 0.1m$

$$\boxed{P = 75 \times (H - 0.05)}$$

b- Calcule de y_C :

1. théoriquement :

Le centre de poussée est déterminé par la formule suivante :

$$y_C = y_G + \frac{I_0}{y_G \times S}$$

$y_G : H_G$: distance entre le centre de gravité et la surface libre

I_0 : moment d'inertie de la surface Sm par rapport a l'axe qui passe pr G

On remarque 2 cas :

* **1er cas :** $0 < H < 0.1m$

La surface est partiellement mouillée

$$S = B \times H$$

$$y_G = \frac{H}{2}$$

$$I_0 = \frac{B \times H^3}{12}$$

$donc:$

$$y_C = \frac{H}{2} + \frac{B \times H^3}{12 \times \frac{H}{2} \times B \times H}$$

$$= \frac{H}{2} + \frac{H^3}{6H^2} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{4H}{6}$$

$$\Rightarrow y_C = \frac{2H}{3}$$

$$\boxed{y_C = \frac{2H}{3}}$$

* **<u>2ème cas :</u>** $H \geq 98.49mm$

$$S = B \times H \qquad Avec: B = 0.075m \ et \ H = 0.1m$$

$$y_G = H - 0.05$$

$$I_0 = \frac{0.075 \times (0.1)^3}{12} = 6.25 \times 10^{-6} \ m^4$$

$$y_C = \frac{H - 0.05}{0.1} + \frac{0.1}{1200 \times (H - 0.05)}$$

$$y_C = H - 0.05 + \frac{1}{1200(H - 0.05)}$$

2. Étude expérimentale :

$$y_C = \frac{M \times 2.03}{P} - Z$$

1- Pour $\theta = 20°$

a- Calcul de P :

1er cas : 0<h<0.9396m

$$P = 433H^2$$

2ème cas : $H \geq 0.9396m$

$$P = 75 \times (H - 0.047)$$

b- Calcule de y_C :

1.théoriquement :

1er cas : $0 < H < 0.9396m$

$$y_C = 0.71h$$

2ème cas : $H \geq 0.9396m$

$$y_C = \left[\frac{h - 0.047}{0.94}\right] + \left[\frac{7.21 \bullet 10^{-4}}{h - 0.0433}\right]$$

2. Étude expérimentale :

$$y_C = \left[\frac{M \times 2.03}{P}\right] - R_2 - \frac{h}{0.9396}$$

3- Pour : $\theta = 30°$

1. théoriquement :

a- Calcule de P :

$$P = \gamma_W \times H_G \times S$$
$$Cos\theta = \frac{H_G}{y_G} = \frac{H}{y}$$
$$S = y.B$$
$$y = \frac{H}{Cos\theta}$$
$$si : y = 100mm$$
$$H = yCos\theta = 100Cos30$$
$$H = 86.60mm$$

$$H = 86.60mm$$

* **1er cas :** $0 < H < 86.6mm = 0.0866m$

$$P = \gamma_W \times H_G \times S$$
$$S = y.e$$
$$H_G = \frac{H}{2}$$
$$y = \frac{H_G}{Cos\theta}$$
$$\Rightarrow P = 10^4 \times \frac{H^2}{2Cos} \times B$$
$$P = \frac{10^4}{2Cos30} \times 0.075 \times H^2$$
$$P = 433H^2$$

$$\boxed{P = 433H^2}$$

* **<u>2eme cas</u> :** $H \geq 86.6mm = 0.0866m$

$$H_G = H - 0.05Cos\theta$$
$$H_G = H - 0.0433$$
$$S = B \times H = 0.075 \times 0.1 = 75 \times 10^{-4} m$$
$$P = 10^4 \times (H - 0.0433) \times 75 \times 10^{-4}$$
$$P = 75 \times (H - 0.0433)$$

$$\boxed{P = 75(H - 0.0433)}$$

b- Calcule de y_C :

$$\boxed{y_C = y_G + \frac{I_0}{y_G \times S_m}}$$

* **<u>1er cas :</u>** $0 < H < 86.6mm = 0.0866mm$

$$H_G = \frac{H}{2}$$

$$y_G = \frac{H_G}{Cos\theta}$$

$$y_G = \frac{H}{2Cos\theta}$$

$$S = \frac{B \times H}{Cos\theta}$$

$$I_0 = \frac{B \times (H / Cos\theta)^3}{12}$$

$$y_c = \frac{H}{2Cos\theta} + \frac{B \times (H / Cos\theta)^3}{12 \times B \times H \times H} \times Cos\theta \times 2Cos\theta$$

$$y_C = \frac{H}{2Cos\theta} + \frac{H}{6Cos\theta} = \frac{2H}{3Cos\theta}$$

$$y_C = 0.77H$$

* **<u>2ere cas</u> :** $H > 86.6mm = 0.0866m$

$$y_G = \frac{H_G}{Cos\theta} = \frac{H - 0.05Cos\theta}{Cos\theta}$$

$$y_G = \frac{H - 0.0433}{0.866}$$

$$S = 75 \times 10^{-4} m$$

$$I_0 = \frac{0.075 \times (0.1)^3}{12}$$

$$y_C = \frac{H - 0.0433}{0.866} + \frac{0.866}{1200(H - 0.0433)}$$

2. Calcul expérimentale de y_C :

$$\sum M/_0 = 0$$

$$GR_3 = Py \qquad /G = Mg$$

$$y = \frac{2.03}{P} M$$

$$y_C = y - \frac{Z}{Cos\theta}$$

$$Z = R_2 - \frac{H}{Cos\theta} \Rightarrow Z = 0.2 - \frac{H}{0.866}$$

$$y_C = \frac{2.03M}{p} - R_2 + \frac{H}{0.866}$$

Masse (Kg)	**θ=0°**	**θ=20°**	**θ=30°**
	Z (m)	**Z (m)**	**Z (m)**
0.070	0.157	0.140	0.128
0.120	0.141	0.126	0.114
0.170	0.130	0.114	0.104
0.220	0.161	0.104	0.094
0.270	0.106	0.094	0.084
0.320	0.094	0.084	0.074
0.370	0.084	0.076	0.064
0.420	0.070	0.066	0.056
0.470	0.059	0.054	0.046

Masse (Kg)	**θ=0°**	**θ=20°**	**θ=30°**
	Hauteur : 0.2 - Z h (m)	**Hauteur : 0.18 - Z h (m)**	**Hauteur : 0.17 - Z h (m)**
0.070	0.043	0.040	0.042
0.120	0.059	0.054	0.056
0.170	0.070	0.066	0.066
0.220	0.084	0.076	0.076
0.270	0.094	0.086	0.086
0.320	0.106	0.096	0.096
0.370	0.116	0.104	0.106
0.420	0.130	0.114	0.114
0.470	0.141	0.126	0.124

$\theta = 0°$

Charge (Kg)	Hauteur de l'eau H (m)	P (N)	$y_C\,(théorique)$ (m)	$y_C\,(\exp ér)$ (m)
0.07	0.043	0.69	0.028	0.048
0.120	0.059	1.30	0.039	0.046
0.170	0.070	1.83	0.046	0.058
0.220	0.084	2.64	0.056	0.0081
0.270	0.094	3.31	0.062	0.059
0.320	0.106	4.2	0.070	0.060
0.370	0.116	4.95	0.078	0.067
0.420	0.130	6	0.090	0.072
0.470	0.141	6.82	0.100	0.080

$\theta = 20°$

Charge (Kg)	Hauteur de l'eau H (m)	P (N)	$y_C\,(théorique)$ (m)	$y_C\,(\exp ér)$ (m)
0.07	0.040	0.692	0.028	0.047
0.120	0.054	1.262	0.038	0.050
0.170	0.066	1.886	0.046	0.053
0.220	0.076	2.501	0.053	0.059
0.270	0.086	3.202	0.061	0.063
0.320	0.096	3.990	0.068	0.065
0.370	0.104	4.683	0.073	0.071
0.420	0.114	5.627	0.080	0.072
0.470	0.126	6.874	0.089	0.073

$\theta = 30°$

Charge (Kg)	**Hauteur de l'eau H (m)**	**P (N)**	$y_C(théorique)$ **(m)**	$y_C(expér)$ **(m)**
0.07	0.042	0.83	0.032	0.035
0.120	0.056	1.35	0.043	0.045
0.170	0.066	1.88	0.050	0.048
0.220	0.076	2.50	0.058	0.066
0.270	0.086	3.20	0.066	0.070
0.320	0.096	3.99	0.073	0.073
0.370	0.106	4.86	0.081	0.076
0.420	0.114	5.62	0.087	0.083
0.470	0.124	6.65	0.095	0.086

Commentaires sur les graphes :

On remarque que ; plus la charge et **H** augmentent plus **Yc** augmente, et les graphes ayant des points un peu éparpillés a cause de nombreuse erreurs de lecteur, d'utilisation adéquat de l'appareil.

Les graphes de Yc=f (H) pour $\theta = 10° \ et \ \theta = 30°$ sont des lignes droites qui ne passent pas l'origine, de forme y=a x +b : Yc=aH+b

Conclusion :

L'expérience nous a permis de mieux assimiler les conditions qui commandent l'état d'équilibre et d'immersion d'un corps flottant ; à savoir, la hauteur d'eau et l'inclinaison du corps par rapport au plan d'eau. Et ce par la détermination directe du moment dû à la poussée d'un liquide sur une plaque plane totalement ou partiellement immergée, en position verticale ou inclinée, Ex : pour un barrage.